Laborator de Fizica

STUDIUL UNDELOR STATIONARE TRANSVERSALE IN CORZILE VIBRANTE

I. Considerente teoretice

Undele transversale, ca formă de oscilație a particulelor mediului perpendiculare pe direcția de propagare, sunt posibile numai in mediile solide elastice. În cazul unor medii unidimensionale sub forma de corzi (fire elastice cu secțiune constantă) ecuația diferențială ce descrie propagarea undelor transversale este:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \tag{1}$$

unde:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}, \tag{2}$$

reprezintă viteza frontului de undă, excitat in coarda supusă unei tensiuni T si având o densitate liniară $\mu = \frac{m}{l}$. Soluția generală a acestei ecuații este de forma:

$$\Psi(x,t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right), \tag{3}$$

unde, s-a ținut cont de faptul ca in coardă pot să apară atât unde progresive cât şi unde regresive. Această presupunere este importantă in cazul mediilor finite cum este şi coarda vibrantă fixă la capete. Considerând ca oscilațiile sunt armonice, funcțiile de undă care descriu propagarea undei progresive şi a undei regresive sunt:

$$\begin{cases} \Psi = a \cdot \mathit{sin}\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = a \cdot \mathit{sin}(\omega t - kx) \\ \Psi = a \cdot \mathit{sin}\left[\omega\left(t + \frac{x}{v}\right) + \pi\right] = a \cdot \mathit{sin}(\omega t + kx + \pi) \end{cases} \tag{4}$$

Interferența acestor unde va da naştere, in coardă, unor unde numite unde staționare descrise de ecuația:

$$\Psi = \Psi_p + \Psi_r = 2a \cdot \mathit{cos}\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \mathit{sin}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 2a \cdot \mathit{sin}(kx) \cdot \mathit{cos}(\omega t) \tag{5}$$

Aceasta ecuație reprezintă ecuația undelor staționare sau a modurilor de vibrație intr-o coardă. Conform acestei ecuații fiecare punct al mediului executa o oscilație de amplitudine constanta in timp, dar fiind distribuita in spațiu, după relația $A(x) = \alpha \cdot \mathit{sin}(kx)$.

Valorile minime ale amplitudinii se obțin in anumite puncte numite noduri, care satisfac condiția A=0, adică $kx = n\pi$ de unde se obțin:

$$x = n\frac{\pi}{k} = \frac{n\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = n\frac{\lambda}{2} = 2n\frac{\lambda}{4} \quad \text{unde n=0, 1, 2, 3, …} \tag{6}$$

Valorile de amplitudine maximă, numite ventre, satisfac condiția $A = \pm 2a$, adică $kx = (2n+1)\frac{\pi}{2}$:

$$x = (2n+1)\frac{\pi}{2k} = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad \text{unde n=0, 1, 2, 3, …} \tag{7}$$

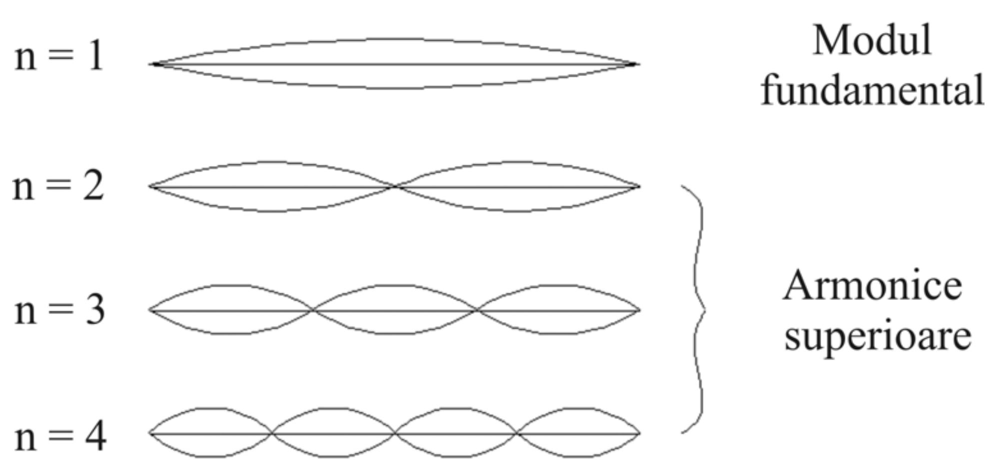
Energia undelor staționare rămâne localizată, neputându-se transmite, teoretic, prin noduri. La capete, deoarece coarda este fixă, vor exista noduri, iar lungimea corzii si lungimea de unda λ vor fi legate prin relația de discretizare (cuantificare) a lui Taylor:

$$l = n\frac{\lambda}{2} \quad \text{unde n = 0, 1, 2, 3, …} \tag{8}$$

Ținând cont si de viteza undelor transmise prin coardă, rezultă ca undele staționare, sau modurile de vibrație ale corzii, pot avea numai anumite frecvențe, cuantificate prin relația:

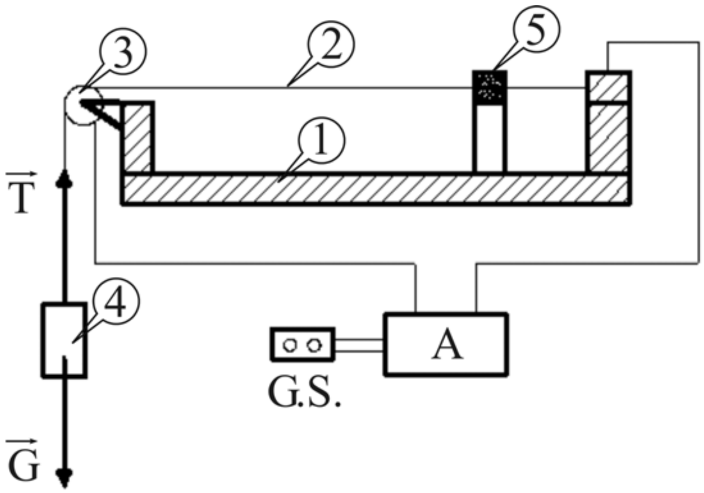
$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = n\nu_1 \quad \text{unde n=1, 2, 3, …} \tag{9}$$

Pentru n = 1 se obține frecvența fundamentală, ν_1, căreia îi corespunde modul fundamental de vibrație (armonica fundamentală) iar pentru celelalte valori ale lui *n* se obțin armonicele superioare. Valorile frecvențelor pentru care coarda vibrează in regim staționar alcătuiesc spectrul discret ca valori proprii de vibrație, sau rezonanțe, ale corzii.



II. Metodica experimentală

a) Dispozitivul experimental



Dispozitivul experimental prezentat in figura este format dintr-un suport de lemn (1) pe care este întins un fir de sârma dintr-un material nemagnetic (2) având un capăt fixat (dreapta), iar celalalt trecut peste un scripete fix (3). De acest capăt se atârna diferite corpuri cu masa diferita, (4), pentru a se tensiona (întinde) in mod diferit coarda $\left(\vec{T} = \vec{G}\right)$:

Prin fir se trece un curent de audiofrecvența provenit de la un generator care permite reglarea frecvenței si nivelului curentului. In urma interacțiunii $(F = B \cdot I \cdot l)$ dintre curentul ce trece prin fir si câmpul magnetic constant produs de magnetul permanent (5) se realizează excitarea corzii. Înainte de a fi introdus in coarda semnalul audio este amplificat.

b) Modul de lucru

1. Se atârna un corp de greutate cunoscuta G = mg, la capătul corzii, pentru a produce tensionarea ei (T = G).
2. Se pune in stare de funcționare generatorul de semnal si amplificatorul de putere.
3. Se modifică frecvența de excitare a corzii rotind butonul pentru selectarea frecvenței până se constată că in coardă se introduce un regim evident de unde staționare.
4. Se citesc frecvențele corespunzătoare modului fundamental precum şi cele corespunzătoare primelor 4 armonice superioare.
5. Se repeta aceleaşi măsurători şi pentru alte greutăți plasate la capătul corzii (pentru alte tensiuni din coardă)
6. Se consideră;

$$\mu = 1{,}25 \pm 0{,}01\ \mathrm{g/m}$$

$$\phi = 0{,}45\ \mathrm{mm}$$

$$l = 1\ \mathrm{m}$$

III. Prelucrarea datelor experimentale

a) Determinarea mărimilor fizice

1. Se calculează viteza de propagare a undelor transversale prin coarda folosind relația (2).
2. Se calculează frecvența undelor transversale induse în coarda cu ajutorul relației (9) pentru modul fundamental de vibrație si pentru primele patru armonice superioare (n=1, 2, 3, 4, 5). Se compară datele obținute, cu cele citite pe generatorul de frecvențe.
3. Se calculează lungimile de unde λ_n , ale undelor de frecvente ν_n , ale modurilor de vibrație rezonante in coardă folosind relația (8), şi se compară cu valorile ce pot fi aflate direct prin măsurarea distanței dintre 2 noduri succesive si ținând cont ca acestea reprezintă $\frac{\lambda}{2}$.

b) Completarea tabelului

Datele şi rezultatele se trec in tabelul de mai jos:

Tabelul 1

m [kg]	T=mg [N]	$v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ [m/s]	ν_n [Hz]	1	2	3	4	5	λ_n [m]	1	2	3	4	5
			ν_{calc}						λ_{calc}					
			ν_{exp}						λ_{exp}					
			ν_{calc}						λ_{calc}					
			ν_{exp}						λ_{exp}					